

# Resolução de PPLs através dos métodos Simplex e Simplex em Duas Fases

Leandro Pedrosa Rodrigues<sup>1</sup>, Veríssimo Guimarães Júnior<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Catalão – GO – Brasil

pedrosalpr@gmail.com, verissimoguimaraes@yahoo.com.br

**Abstract.** *Linear Programming Issues demand a high level of knowledge to solve them in practice. To minimize the trouble enforced by Simplex Methods of resolution it has been made a prototype in order to help understand the algorithms, showing step by step to obtain the optimal solution. The article discussed about Linear Programming and the Simplex Method of two types that are implemented in the prototype. The results for the models showed the efficiency of the tool, which helps complement and learning their methods.*

**Resumo.** *Problemas de Programação Linear exigem um grau de conhecimento para resolvê-los na prática. Para amenizar a dificuldade que é imposta pelos Métodos Simplex para sua resolução foi criado um protótipo no intuito de auxiliar no entendimento dos algoritmos, mostrando passo-a-passo a obtenção da solução ótima. No artigo é abordado sobre a Programação Linear e os dois tipos de Método Simplex que são aplicados no protótipo. Os resultados encontrados para os modelos mostraram a eficiência da ferramenta, o que auxiliam e complementam o aprendizado dos respectivos métodos.*

## 1. Introdução

A Programação Linear (PL) é um planejamento de atividades sobre funções lineares, o qual tem como objetivo obter o resultado ótimo em um determinado problema chamado de Problema de Programação Linear (PPL) [Santos 2000]. Para alcançar tal objetivo vários métodos podem ser utilizados. Dentre eles, podemos citar, o método gráfico, os métodos simplex e alguns métodos computacionais já existentes como SOLVER (Microsoft EXCEL®), AIMMS® (Paragon Decision Technology), LINDO® - Linear, INTe-ractive, and Discrete Optimizer (LINDO Systems Inc.) [Filho 2004] e o PROLIN (Universidade Federal de Viçosa - UFV).

O objetivo deste trabalho é apresentar um protótipo de uma ferramenta Web para resolver os PPLs através dos Métodos Simplex. A diferença com relação ao SOLVER e o AIMMS, além de ser gratuito, é que essa ferramenta irá mostrar passo-a-passo, cada fase da sua resolução, desde a formulação até a solução do problema. O LINDO e o PROLIN que também são gratuitos não disponibilizam esse passo-a-passo.

A importância desse material didático-pedagógico será dedicada ao ensino das disciplinas de Pesquisa Operacional e suas variações dentro dos cursos de graduação e pós-graduação da UFG (Universidade Federal de Goiás) e qualquer outra IES (Instituição de Ensino Superior) que tiver interesse no assunto abordado, visto que essa ferramenta também irá facilitar o aprendizado e o entendimento dos algoritmos Simplex com um

número maior de variáveis e restrições do problema, que dependendo desse número de variáveis, se torna inviável a explicação e o acompanhamento dentro de uma sala de aula.

## **2. Conceitos Básicos**

Nesta seção serão apresentados os conceitos básicos para a formulação do protótipo, entre eles, Programação Linear, Método Simplex e Método Simplex em Duas Fases.

### **2.1. Programação Linear**

Programação Linear é uma das técnicas da Pesquisa Operacional das mais utilizadas em se tratando de problemas de otimização. Os problemas de Programação Linear buscam a distribuição eficiente de recursos limitados para atender um determinado objetivo, em geral, maximizar lucros ou minimizar custos. Em se tratando de PL, esse objetivo é expresso através de uma função linear, denominada de "Função Objetivo".

### **2.2. Método Simplex**

Segundo [Andrade 2009], são necessários 3 passos para iniciar o processo do método simplex: a formulação do problema, montagem do modelo e a solução do modelo.

A formulação do problema consiste em montar o problema de acordo com queira se produzir, se adequando pelas limitações. A montagem do modelo está na construção do modelo matemático, determinando a função objetivo com suas respectivas restrições.

A solução do modelo é a resolução do problema para se encontrar o valor ótimo. Para resolver o problema, são necessários realizar os procedimentos descritos em [Andrade 2009] para problemas de maximização.

### **2.3. Método Simplex em Duas Fases**

Este método é utilizado quando as restrições são do tipo ( $\geq$ ) ou ( $=$ ). Para que a solução básica inicial não seja negativa, é preciso adicionar variáveis artificiais em cada uma dessas restrições, as quais não terão significado algum para o problema real, porém são necessárias para a resolução do PPL. Esta resolução utiliza o mesmo procedimento do método Simplex, mas são divididas em duas fases. A primeira fase consiste em encontrar a solução básica inicial. Após essa fase, as variáveis artificiais são eliminadas do quadro simplex dando início a segunda fase [Andrade 2009].

## **3. Protótipo**

O protótipo foi criado a partir da linguagem PHP (Personal Home Page), que é uma linguagem de script open source de uso geral [Group 2001]. Além do PHP, foram utilizados CSS (Cascading Style Sheets), o qual é uma linguagem para estilos que define o layout de documentos HTML [HTML.net]. Em termos de armazenamento de dados não foi utilizado nenhum banco de dados sendo as informações armazenadas no servidor enquanto aplicação está sendo executada. A escolha da linguagem para a implementação do protótipo foi devida a sua disponibilidade na Web e por sua interoperabilidade da plataforma do usuário.

Para encontrar a solução de um PPL foi desenvolvido a ferramenta Web, RePPL, que tem por objetivo encontrar a solução ótima do PPL através dos Métodos Simplex e

Simplex em Duas Fases, podendo o usuário escolher passo-a-passo ou diretamente. A escolha passo-a-passo mostra desde a entrada do conjunto de equações e inequações, a introdução das variáveis de folga (restrições  $\leq$ ) ou de excesso (restrições  $\geq$ ) e artificiais (para o método Simplex em Duas Fases e restrições  $\geq$  e  $=$ ), a montagem do quadro simplex inicial, quais são as variáveis que devem entrar e sair da base e as transformações do quadro simplex de tal forma que as colunas das variáveis que estão na base se tornem um vetor identidade. Se a escolha for por executar diretamente, os cálculos serão realizados implicitamente e apenas será mostrado o resultado final.

O protótipo atualmente está hospedado no sítio [www.leandropedrosa.com.br/repp1/](http://www.leandropedrosa.com.br/repp1/) e em funcionamento para utilização. Será realizado testes com os alunos que estão matriculados nos cursos de Ciência da Computação e Administração da UFG (Campus Catalão) nas disciplinas de Pesquisa Operacional e Métodos e Modelos Determinísticos em Administração. Em seguida será apresentado um questionário para medir o índice de satisfação do protótipo. As perguntas do questionário serão medidas entre 0 (zero) e 10 (dez) no aspectos de interface com o usuário e sobre a execução do protótipo.

Sobre a Interface serão avaliados: O layout (interface) da ferramenta é agradável? Os títulos, subtítulos e textos estão legíveis de serem lidos? Os títulos empregados nos menus refletem de forma objetiva o contexto em questão? Os formulários disponíveis nas telas do protótipo foram de fácil entendimento? O vocabulário empregado no protótipo lhe parece agradável ao seu entendimento? Qual o grau de satisfação que você atribui ao design da interface do protótipo?

Sobre a execução do protótipo a avaliação será: No seu ponto de vista, o protótipo manteve seu objetivo de auxiliar nos ensinamentos dos Métodos Simplex e Simplex em Duas Fases? Em relação à explicação de cada passo, foi de fácil entendimento? Você já utilizou outros métodos computacionais para a resolução de PPLs? Se já utilizou, alguns deles mostravam a resolução passo-a-passo? Em termos pedagógicos, você retornaria ao protótipo para resolver outros PPL? Você indicaria aos seus colegas, a fim de estudo, a utilização desse protótipo para a resolução de um PPL? Qual sua nota final para essa ferramenta computacional?

#### 4. Resultado

Para demonstrar o funcionamento do protótipo na opção Simplex foi utilizado o seguinte exemplo:

$$\text{Maximizar } Z = 10x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 7x_4$$

Sujeito a:

$$x_1 \leq 70$$

$$x_2 \leq 60$$

$$x_3 \leq 40$$

$$x_4 \leq 20$$

$$5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 9x_4 \leq 800$$

$$2x_1 + 6x_2 + 8x_4 \leq 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 12000$$

$$7x_1 + 3x_2 + 7x_4 \leq 1600$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

Após a execução do protótipo RePPL, a solução obtida foi  $x_1 = 70, F_2 = 50, x_3 = 40, F_4 = 20, F_5 = 90, x_2 = 10, F_7 = 11740, F_8 = 1080$  e com  $Z = 1140$ .

Para a opção Simplex em Duas Fases foi utilizado o seguinte exemplo:

$$\text{Minimizar } Z = 16x_1 + 12x_2 + 5x_3$$

Sujeito a:

$$8x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq 16$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Executando novamente o protótipo, a solução obtida foi  $x_2 = 2, x_3 = 2$  e com  $Z = 34$ .

## 5. Conclusão

Este artigo mostrou a criação de um protótipo para a resolução direta ou passo-a-passo de um PPL através dos métodos Simplex e Simplex em Duas Fases, trazendo uma alternativa para encontrar a solução ótima de modelos de otimização. Entendendo a dificuldade dos alunos em compreender os métodos e também de não encontrar outros softwares que mostrassem passo-a-passo a obtenção da solução ótima de um PPL, o protótipo RePPL conseguiu encontrar a solução ótima para os modelos apresentados. Vale salientar que essa ferramenta não substitui a abordagem e o ensinamento na sua parte escrita, mas auxilia nos seus esclarecimentos.

Com uma interface amigável, foi possível perceber que o resultado obtido proporciona um aprendizado e conhecimento sobre os métodos.

Esperando que esse trabalho traga contribuição não apenas para estudantes da UFG, mas para todos aqueles interessados no assunto abordado, fica como trabalhos futuros a implementação dos métodos Dual Simplex e Big M no protótipo RePPL.

## Referências

- [Andrade 2009] Andrade, E. L. (2009). *Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões*. LTC.
- [Filho 2004] Filho, V. J. M. F. (2004). O uso de software de modelagem aimms na solução de problemas de programação matemática. *Pesquisa Operacional*, 24(1):197–210.
- [Group 2001] Group, T. P. (2001). O que é php? url: [http://php.net/manual/pt\\_BR/intro-what-is.php](http://php.net/manual/pt_BR/intro-what-is.php) Acessado em 22 de fevereiro de 2013.
- [HTML.net ] HTML.net. Css. <http://pt-br.html.net/tutorials/css/lesson1.php> Acessado em 22 de fevereiro de 2013.
- [Santos 2000] Santos, M. P. (2000). Programação linear. url: <http://www.mpsantos.com.br/plinear/arquivos/plinear.pdf> Acessado em 26 de dezembro de 2012.