

Avaliação do Desempenho de Esquemas de Cruzamento em Algoritmos Genéticos na Otimização de Bandas Proibidas em Cristais Fotônicos

Francismari Noronha dos Santos^{1,2}, Anderson Dourado Sisnando²,
Vitaly Felix Rodriguez Esquerre², Gilliard Nardel Malheiros Silveira³

¹Departamento de Eletrotécnica, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) - Salvador, BA - Brasil.

²Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia (UFBA) - Salvador, BA - Brasil.

³Departamento de Microondas e Óptica, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) - Campinas, SP - Brasil.

mari.noronhas@gmail.com, anderson.sisnando@ufba.br,
vitaly.esquerre@ufba.br, gilliardnardel@yahoo.com

Abstract. *The aim of this work is the assessment of two crossover schemes in genetic algorithms applied for the optimization of the band gap of photonic crystal structures with two dimensional periodicity and considering the square and triangular lattices. It was considered the band gap between the first and the second transverse magnetic modes, denoted TM_{12} . The propagation properties of the crystals are obtained by an efficient finite element method in the frequency domain.*

Resumo. *O objetivo deste trabalho é a avaliação de dois esquemas de cruzamento em algoritmos genéticos aplicados na otimização da banda proibida em estruturas de cristal fotônico com periodicidade em duas dimensões e considerando os arranjos quadrado e triangular. Considerou-se a banda proibida entre o primeiro e o segundo modos transversais magnéticos, denotado TM_{12} . As propriedades de propagação dos cristais são obtidas pelo método de elemento finito eficiente no domínio da frequência.*

1. Introdução

Dispositivos baseados em cristais fotônicos são de grande aplicação nos sistemas de comunicações ópticas, tais como: demultiplexadores, cavidades ressonantes, filtros entre outros [Joannopoulos et al. 2008]. Elas apresentam bandas proibidas que são faixas de frequências, nas quais a luz não se propaga em nenhuma direção no cristal. Esta propriedade é explorada no projeto de novos dispositivos. Uma forma de otimizar esses cristais implica em obter estruturas que apresentem uma maior banda fotônica proibida para os modos de propagação desejados, o que permitiria uma maior largura de banda de operação.

Neste trabalho, a banda fotônica proibida de cristais fotônicos bidimensionais (arranjos quadrados e triangulares) é otimizada, maximizando-a para os primeiros modos transversais magnéticos, denominada TM_{12} através de algoritmos genéticos utilizando o cruzamento uniforme, com o objetivo de comparar com os resultados obtidos em [Malheiros e Esquerre 2007], no qual o cruzamento de dois pontos foi utilizado. A

proposta de utilizar o cruzamento uniforme ao invés do de dois pontos é achar novos ótimos, já que esse tipo de cruzamento poderá aumentar o espaço de busca, por possibilitar uma maior diversidade na população.

O algoritmo genético, assim como outros algoritmos evolutivos, tem se mostrado uma boa alternativa na solução de problemas eletromagnéticos, que é o caso do problema apresentado neste trabalho. [Malheiros e Esquerre 2007], [Haupt e Werner 2007] e [Preble e Lipson 2005].

São realizadas simulações considerando uma população de 20 e 50 indivíduos (cromossomos) em cada geração, a evolução acontece durante 1000 gerações para cada tipo de cruzamento (dois pontos e uniforme).

2. Cristais Fotônicos Bidimensionais

Em um cristal fotônico, a luz que atravessa o mesmo é espalhada pela geometria periódica sendo refratada e parcialmente refletida nas interfaces entre os materiais. O padrão resultante das ondas será reforçado ou cancelado dependendo do comprimento de onda da luz, o índice de refração dos materiais, sua direção de propagação através do cristal, e o tamanho e arranjo das estruturas (geometria), e a partir dessas iterações, aparece à banda fotônica proibida.

Por apresentarem simetrias, os cristais podem ter a análise dos campos e modos eletromagnéticos a partir de células unitárias com condições de contorno periódicas. A partir desta célula é obtida a primeira zona de Brillouin, a qual define a região do espaço dos vetores de onda que determinam os modos de propagação (Ver Figura 1).

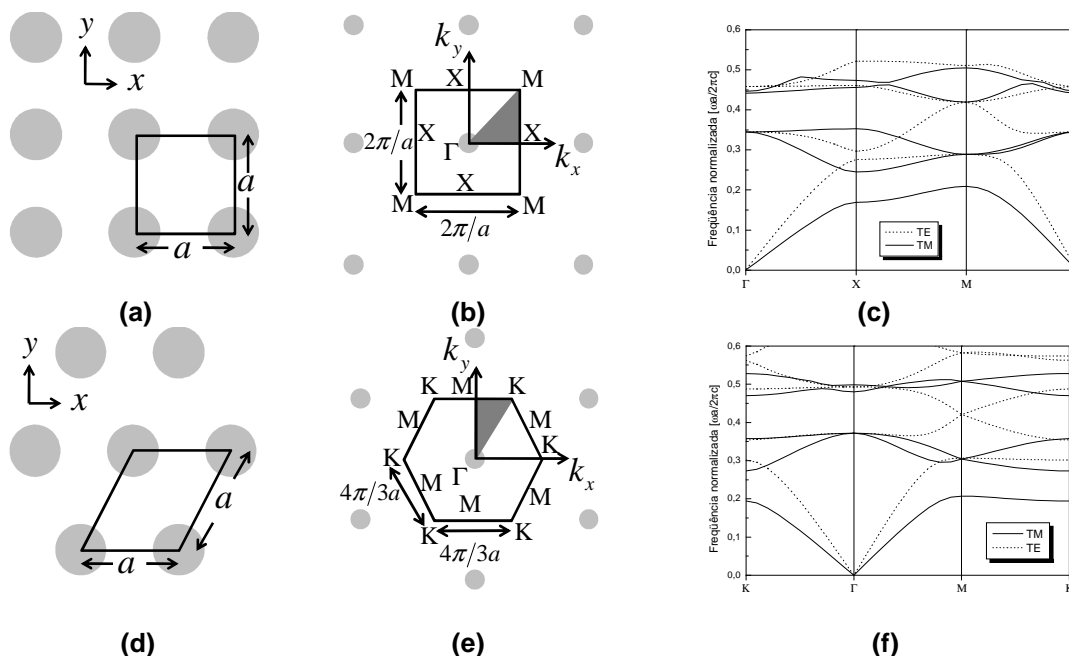


Figura 1. (a) Célula unitária do arranjo quadrado [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. (b) região de Brillouin [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. (c) estrutura de banda fotônica para um arranjo quadrado formado por cilindros dielétricos com $n=3,6$ em ar e $r/a=0,35$. (d) célula unitária do arranjo triangular [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. (e) região de Brillouin [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. (f) estrutura de banda fotônica para um arranjo triangular formado por cilindros dielétricos com $n=3,6$ em ar e $r/a=0,33$.

A região sombreada (triângulo) nas Figuras 1.b e 1.e correspondem à região irredutível de Brillouin limitadas por $\Gamma=(0,0)\pi/a$, $X=(1,0)\pi/a$, $M=(1,1)\pi/a$ para o arranjo quadrado e por $\Gamma=(0,0)\pi/a$, $K=(2/3, 2\sqrt{3}/3)\pi/a$, e $M=(0, 2\sqrt{3}/3)\pi/a$ para o arranjo triangular.

Nas Figuras 1.c e 1.f são apresentados o comportamento dos vetores de onda para os modos TE e TM num cristal com arranjo quadrado e triangular, fica visível que para estes casos existe uma Banda Fotônica Proibida entre as frequências normalizadas de 0,2-0,24 e 0,2-0,27, respectivamente. As geometrias são geradas no programa computacional GID¹ e as bandas proibidas são calculadas através do método dos elementos finitos no domínio da frequência [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. Nesse método, o sistema matricial resultante é um problema de autovalores e autovetores. Neste trabalho foi considerado um cristal composto de ar e silício, cujos índices de refração são $n=1,0$ e $n=3,476$, respectivamente. As malhas correspondentes às células unitárias são apresentadas na Figura 2. Cada triângulo representa um gene do cromossomo e ele poderá ser de ar ou silício.

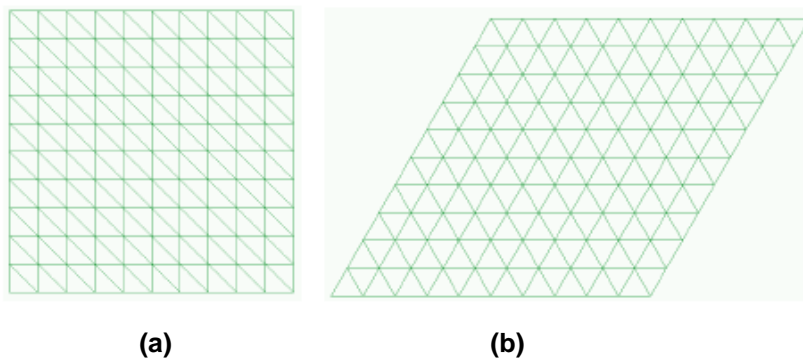


Figura 2. Célula unitária dos cristais fotônicos dividida em 200 triângulos correspondente ao (a) arranjo quadrado e (b) arranjo triangular, respectivamente [Malheiros e Esquerre 2007].

3. Algoritmos Genéticos

Para o problema de otimização da banda fotônica proibida o algoritmo genético se mostrou uma boa opção, pois o cálculo das bandas proibidas requer de tempo de computação relativamente longo, o que torna inviável realizar uma varredura em todo o universo de possibilidades, que corresponde a 2^{200} .

O algoritmo genético utilizado neste trabalho é constituído das seguintes etapas (ver Figura 3):

a) Inicialização: nesta etapa é gerada a população inicial. Considerou-se uma célula unitária para cada malha, como mostrado na Figura 2. Elas foram divididas em 200 elementos triangulares, resultando em 441 nós, cada triângulo representa um gene do cromossomo. O indivíduo é representado como sequência binária, se o triângulo possuir valor zero ele é composto por ar e caso seja um é composto por silício. Portanto, cada cromossomo é composto de 200 genes (variáveis). As simulações foram feitas com 20 e 50 indivíduos.

¹ O GID é um programa computacional que utiliza o método numérico na análise de dispositivos. Informações sobre o programa podem ser obtidas em: <http://www.gidhome.com>.

b) Avaliação: consiste em avaliar as aptidões das soluções, a função que avalia os indivíduos (cromossomos), é realizada através da seguinte expressão:

$$\text{Função Objetivo} = \frac{\text{Frequência}_{\text{superior}} - \text{Frequência}_{\text{inferior}}}{\text{Frequência}_{\text{média}}} \cdot 100\% \quad (1)$$

c) Seleção: nesta etapa os indivíduos são selecionados para reprodução, a probabilidade de uma determinada solução ser selecionada é proporcional à sua aptidão, foi utilizada a seleção por *Roulette Wheel* [Affenzeler et al. 2009], a qual consiste em colocar os *fitness* normalizados dos indivíduos em uma roleta, a área a ser ocupada por cada indivíduo é proporcional ao valor de seu *fitness*, dessa forma os indivíduos com maior *fitness* tem mais chances de serem selecionados como pais.

d) Cruzamento (*crossover*): neste trabalho, foram utilizados os cruzamentos de dois pontos e uniforme. No cruzamento de dois pontos são sorteados os dois pontos de corte do par selecionado (cromossomos pais). No cruzamento uniforme uma máscara binária gerada de forma aleatória, determina de qual dos pais será selecionado o gene a ser preenchido nos cromossomos filhos. Na Figura 4, a máscara utilizada no cruzamento uniforme foi [0,0,1,0,0,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0]. Quando o valor da máscara é zero, o gene a ser herdado pelo filho será do primeiro pai, e caso este valor seja um, herdará o gene do segundo pai. Devido ao fato de fazer um sorteio para cada posição, o cruzamento uniforme em média tem o seu desempenho superior ao cruzamento de dois pontos [Linden 2008].

e) Mutação: a cada 5 gerações ocorre a mutação.

f) Atualização: os indivíduos criados (filhos) em cada geração são inseridos na população.

g) Finalização: nesta etapa são verificadas se as condições para o encerramento da evolução foram atingidas. Neste trabalho foi adotado como critério de parada a quantidade de gerações.

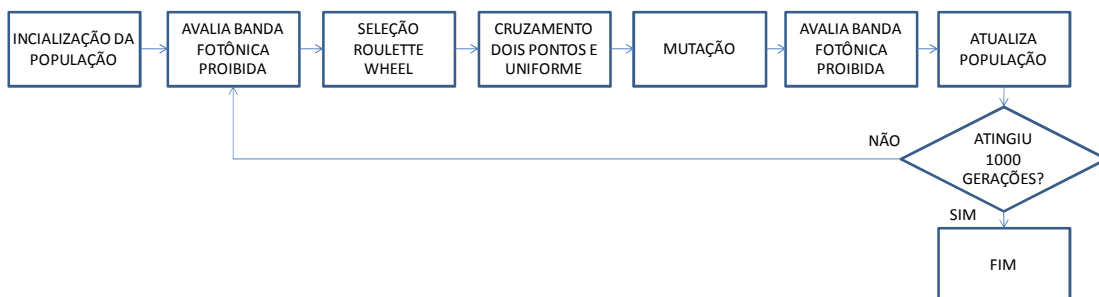


Figura 3. Fluxograma simplificado do Algoritmo Genético utilizado.

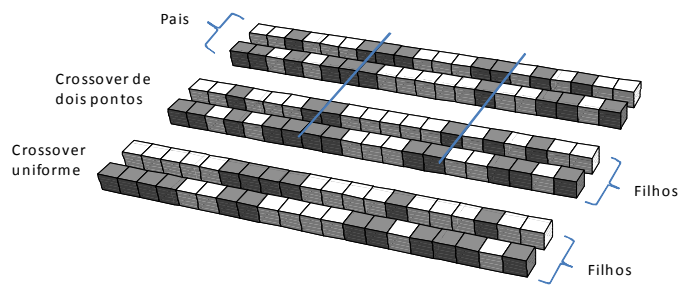


Figura 4. Cruzamento de dois pontos e o uniforme. As linhas representam os pontos de corte.

4. Cristais Fotônicos com Arranjos Quadrado e Triangular

Foram realizadas simulações com 20 e 50 indivíduos com elementos paralelogramos e triângulos, nas malhas da Figura 2, para os cruzamentos de dois pontos e uniforme. Um elemento paralelogramo é formado por dois triângulos adjacentes.

Nas Figuras 5 e 6 são apresentadas as estruturas cristalinas otimizadas para os arranjos quadrados e triangulares, respectivamente. Cada cristal é formado por 7 células unitárias nas direções horizontal e vertical. As estruturas obtidas com elementos triângulos foram similares às estruturas encontradas com elementos paralelogramos. Os resultados referentes à banda fotônica proibida dos cristais obtidos com diferentes cruzamentos e elementos estão apresentados na Tabela 1.

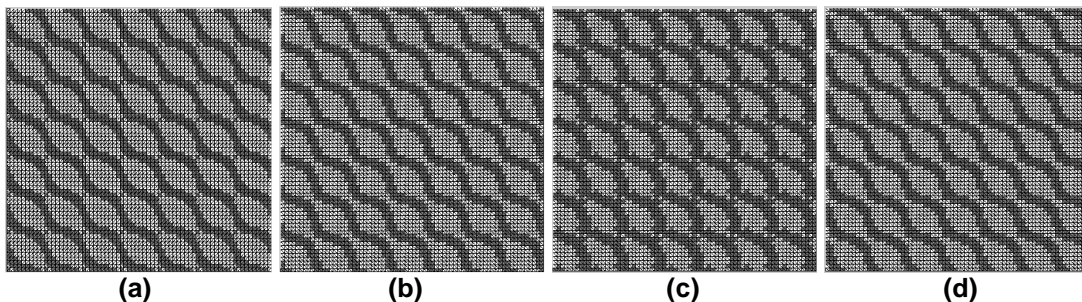


Figura 5. Cristais Fotônicos do modo TM_{12} para o arranjo quadrado com elementos paralelogramos (a) cruzamento de dois pontos com 20 indivíduos (b) cruzamento uniforme com 20 indivíduos (c) cruzamento de dois pontos com 50 indivíduos (d) cruzamento uniforme com 50 indivíduos.

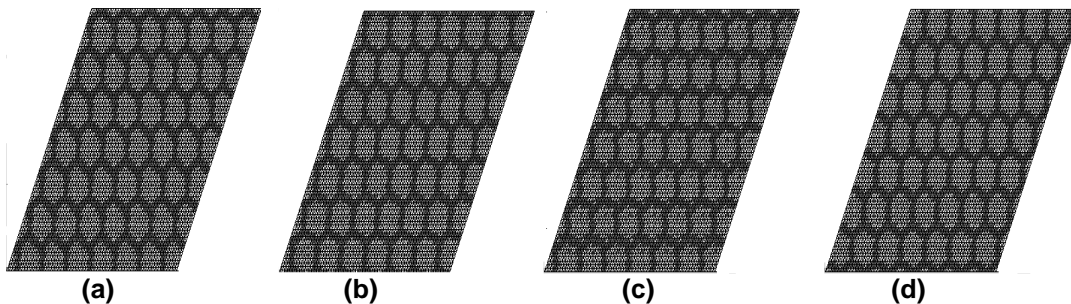


Figura 6. Cristais Fotônicos do modo TM_{12} para o arranjo triangular com elementos paralelogramos (a) cruzamento de dois pontos com 20 indivíduos (b) cruzamento uniforme com 20 indivíduos (c) cruzamento de dois pontos com 50 indivíduos (d) cruzamento uniforme com 50 indivíduos.

Com base nos resultados apresentados na Tabela 1, foi verificado que com o cruzamento uniforme obteve-se maiores Bandas Proibidas Relativas (ver Equação 1) quando o número de gerações é constante, pois este tipo de cruzamento explora um maior espaço de busca, já que os filhos gerados por esse cruzamento têm sua composição gene a gene, o que permite uma maior diversidade da população. O aumento da banda proibida relativa para o arranjo triangular foi mais acentuado, do que para o arranjo quadrado, o que demonstra que para este tipo de arranjo o cruzamento uniforme é o mais adequado.

Tabela 1. Banda Proibida Relativa para o Modo TM₁₂

Cristal com Arranjo Quadrado							
20 indivíduos				50 indivíduos			
Elemento Paralelogramo		Elemento Triângulo		Elemento Paralelogramo		Elemento Triângulo	
Dois Pontos	Uniforme	Dois Pontos	Uniforme	Dois Pontos	Uniforme	Dois Pontos	Uniforme
30,95%	31,67%	29,20%	34,32%	26,49%	31,37%	27,06%	34,25%
Cristal com Arranjo Triangular							
20 indivíduos				50 indivíduos			
Elemento Paralelogramo		Elemento Triângulo		Elemento Paralelogramo		Elemento Triângulo	
Dois Pontos	Uniforme	Dois Pontos	Uniforme	Dois Pontos	Uniforme	Dois Pontos	Uniforme
48,09%	49,18%	48,51%	51,74%	44,81%	49,20%	42,27%	51,65%

As Figuras 7 e 8 apresentam um comparativo da evolução do melhor indivíduo para cada tipo de cruzamento e tipo de elemento. Foi verificado que no cruzamento uniforme o valor ótimo foi atingido antes de completar as 1000 gerações, ou seja, convergiu mais rápido que o cruzamento de dois pontos.

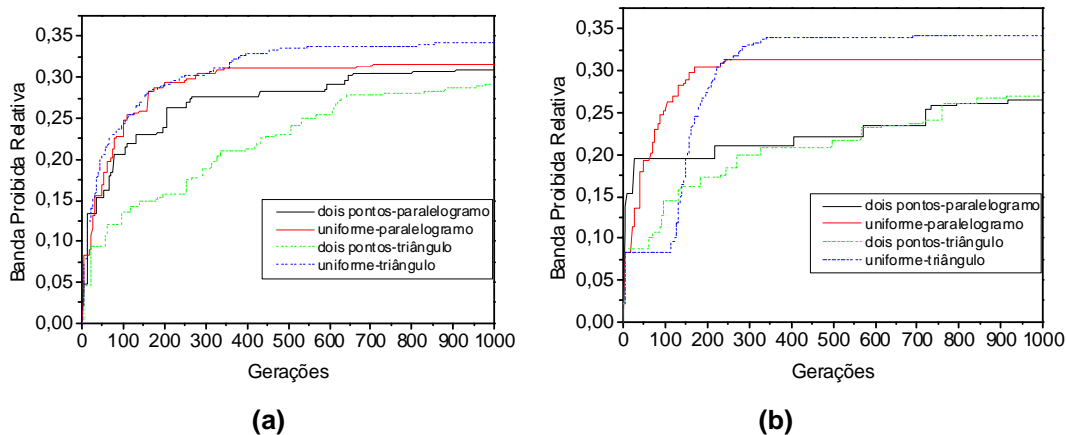


Figura 7. Evolução do melhor indivíduo do cristal com arranjo quadrado: (a) população com 20 indivíduos e (b) população com 50 indivíduos.

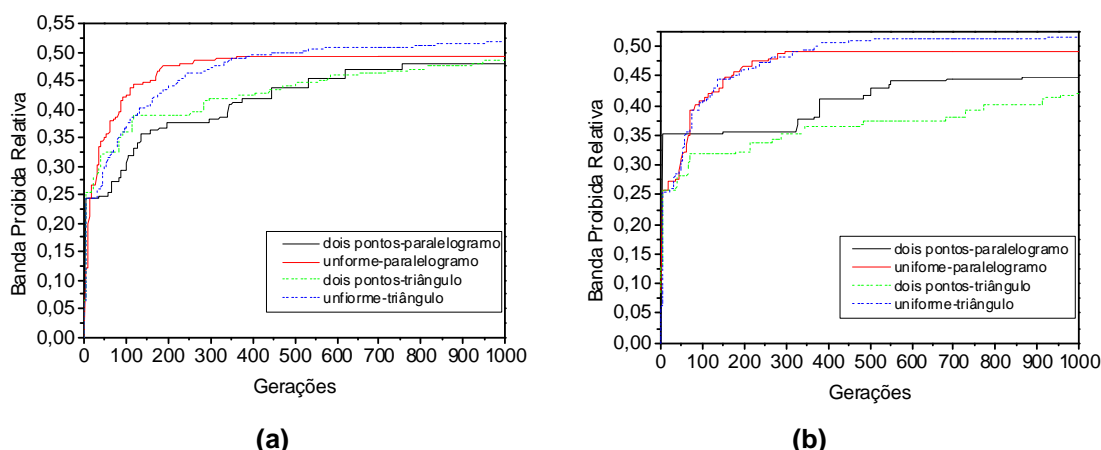


Figura 8. Evolução do melhor indivíduo do cristal com arranjo triangular: (a) população com 20 indivíduos e (b) população com 50 indivíduos.

A Tabela 2 apresenta o tempo médio de processamento de cada geração para ambos esquemas de cruzamentos, tipo de elementos e arranjos cristalinos. Para todas as simulações utilizou-se um Intel® Celeron® CPU 430 @ 1,80GHz com 2,0 Gb de RAM.

Tabela 2. Tempo médio de processamento para cada geração.

	Cristal com Arranjo Quadrado			
	Dois pontos		Uniforme	
	20 indivíduos	50 indivíduos	20 indivíduos	50 indivíduos
Elemento paralelogramo	1min 42s	3min 36s	1min 30s	3min 24s
Elemento triângulo	1min 12s	3min 24s	1min 18s	3min 12s
	Cristal com Arranjo Triangular			
	Dois pontos		Uniforme	
	20 indivíduos	50 indivíduos	20 indivíduos	50 indivíduos
Elemento paralelogramo	2min	5min	2min 18s	5min 18s
Elemento triângulo	2min	4min 56s	2min	5min

5. Conclusões

Com base nos resultados obtidos é possível afirmar que para o problema de otimização da banda fotônica proibida para o modo TM_{12} dos cristais fotônicos bidimensionais o cruzamento uniforme mostrou-se melhor que o cruzamento de dois pontos. Isto pode ser atribuído a maior diversidade dada à população com o cruzamento uniforme, o que permitiu ampliar o espaço de busca e localizar novos pontos de ótimos. Essa melhoria obtida com o cruzamento uniforme ficou mais evidente para o arranjo triangular, na qual banda fotônica relativa apresentou ganhos mais significativos em relação ao cruzamento de dois pontos.

O estudo com outros algoritmos bio-inspirados e a utilização de outros materiais na composição dos cristais fotônicos serão considerados em trabalhos futuros.

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro da UFBA, IFBA, INCT Fotonicom, FAPESB, CAPES e CNPq Processo: 302390/2009-0.

Referências

- Affenzeller, H., Wagner, S., Winkler, S. e Beham, A. (2009) “Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications.” Editora: CRC Press, Nova York-NY, páginas: 6-7.
- Haupt, R. L. e Werner, D. H. (2007) “Genetic Algorithms in Electromagnetics.” New York: Wiley.
- Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N. e Meade, R. D. (2008) “Photonic Crystals: Molding the Flow of Light”, 2ª ed., Princeton University Press.
- Linden, R. (2008) “Algoritmos Genéticos: Uma importante Ferramenta da Inteligência Computacional”, Editora: Brasport, Rio de Janeiro-RJ.
- Malheiros, G. N. S., Esquerre, V. F. R. (2007) “Photonic Crystal Band Optimization by Genetic Algorithms”, Microwave and Optoelectronics Conference, 2007. IMOC 2007. SBMO/IEEE MTT-S International, páginas: 734-737.
- Malheiros, G. N. S., Esquerre, V. F. R. e Figueroa, H. E. H. (2011) “ A Strategy of Search e Refinement by GA in 2D Photonic Crystals with Absolute PBG”, Identificador: JQE-132416-2010, Número de páginas: 08. IEEE Journal of Quantum Electronics.
- Preble, S., Lipson, M., e Lipson, H. (2005) “2-D Photonic Crystals Designed by Evolutionary Algorithms.” Appl. Phys. Lett., vol. 86, nº. 6, pp. 061111(3).