

# Otimização das Bandas Fotônicas Proibidas Absolutas de Cristais Fotônicos Anisotrópicos Bidimensionais utilizando Sistemas Imunológicos Artificiais

Anderson Dourado Sisnando<sup>1</sup>,  
Vitaly Felix Rodriguez Esquerre<sup>1</sup>, Francismari Noronha dos Santos<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia – Salvador, BA – Brasil.

<sup>2</sup>Departamento de Tecnologia Eletro-Eletrônica, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFBA) – Salvador, BA – Brasil.

anderson.sisnando@ufba.br, vitaly.esquerre@ufba.br,  
mari.noronhas@gmail.com

**Abstract.** *The finite element method (FEM) and artificial immune system (AIS) were used to solve the inverse problem involving the search and optimization of photonic bandgap (PBG) absolutely crystal structures with periodicity in two dimensions. Square and triangular arrays composed of tellurium (anisotropic material) and air was analyzed. The PBGs were calculated along the first Brillouin zone while avoiding the high computational effort in this kind of task, obtaining the midgap ratio absolute considering PBGs between modes  $TE_{12}$  and  $TM_{34}$ , of 21.27% and 28.45% for the square and triangular arrays, respectively.*

**Resumo.** *O método dos elementos finitos (FEM) e o sistema imunológico artificial (SIA) foram utilizados para resolver o problema inverso envolvendo a busca e otimização da banda fotônica proibida (PBG) absoluta de estruturas cristalinas com periodicidade em duas dimensões. Arranjos quadrados e triangulares compostos por telúrio (Material Anisotrópico) e de ar foram analisados. As PBGs foram calculadas ao longo da primeira região de Brillouin, evitando o alto esforço computacional neste tipo de tarefa, obtendo-se a relação da banda absoluta com seu valor médio, considerando PBGs entre os modos  $TE_{12}$  e  $TM_{34}$ , de 21,27% e 28,45% para os arranjos quadrados e triangulares, respectivamente.*

## 1. Introdução

Dispositivos baseados em cristais fotônicos (CF) são de grande aplicação nos sistemas de comunicações ópticas, tais como: demultiplexadores, cavidades ressonantes, filtros entre outros [Joannopoulos, et al 2008]. Uma forma de otimizar esses cristais implica em obter estruturas que apresentem uma maior banda fotônica proibida (PBG) para os modos de propagação desejados, o que permite uma maior largura de banda de operação. A PBG absoluta em um CF ocorre quando ambos os modos de polarização exibem superposição de suas bandas fotônicas proibidas (ou seja, a polarização independente). Em qualquer CF a busca e otimização de PBGs absolutas são obtidas através da exploração dos parâmetros: tipo de estrutura, fator de preenchimento, os índices de refração dos materiais, forma e através da redução de simetria.

## 1.1. Trabalhos Relacionados

Este tipo de problema é abordado em [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011], [Li, Gu e Yang 1998] e [Li, Gu e Yang 1999] com arranjos quadrados e triangulares e PBGs absolutas foram obtidas. Os efeitos isolados e combinados da redução de simetria e a introdução orifícios de ar nos elementos de telúrio do cristal foram estudados em [Zaccaria, et al 2008].

A maximização da PBG absoluta é explorada em [Rezaei, et al 2009], com cristais fotônicos [Kurt e Citrin 2005], usando também telúrio em diferentes arranjos, considerando diversas geometrias no interior dos cristais (circular, triangular, elíptica, retangular e quadrada). Em todos os casos, o método de expansão de ondas planas (PCE) é utilizado. No entanto, a propagação da luz no plano de CFs com arranjos 2-D, é investigada em [Rodriguez-Esquerre, et al 2006] e [Lin e Jao 2007], usando o FEM no domínio da frequência e os resultados encontrados mostram concordância quando comparados com os resultados obtidos pelo método PCE. O FEM é uma representação numérica muito flexível e uma eficiente técnica de modelagem de dispositivos/componentes não homogêneos e de estruturas complexas. Além disso, em comparação com o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) exibe convergência da mesma ordem e não tem limitações de modelagem para estruturas não homogêneas.

Neste trabalho, utiliza-se CF compostos por telúrio e ar em ambos os arranjos (quadrado e triangular) considerando o problema inverso para os modos transversais magnéticos e elétricos ( $TE_{12}$  e  $TM_{34}$ ) através do SIA, com o objetivo de comparar com os resultados obtidos em [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011], que até o momento obteve melhores resultados, utilizando como método o algoritmo genético (AG). Uma característica importante de utilizar o SIA ao invés do AG é a possibilidade de achar novos ótimos, já que esse tipo de algoritmo poderá aumentar o espaço de busca, por possibilitar através da clonagem e afinidade uma maior diversidade na população [Castro 2006]. O mesmo é utilizado em problemas eletromagnéticos em [Silva-Santos, et al 2010a], [Silva-Santos, et al 2010b] e [Dourado-Sisnando, et al 2012].

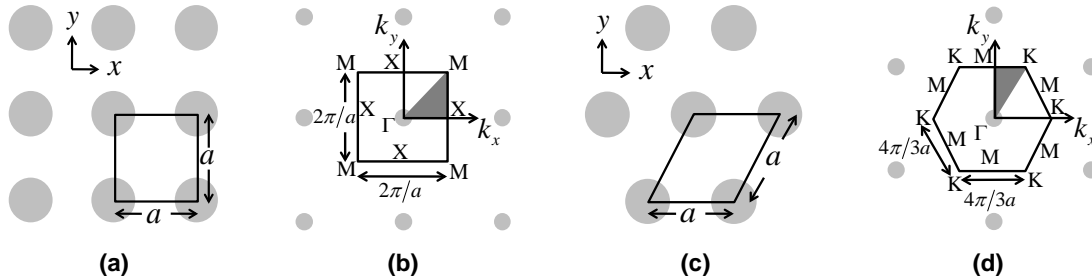
Para o cálculo das PBGs, uma formulação baseada no FEM [Rodriguez-Esquerre, et al 2006], [Quinónez, et al 2006] e [Shi 2010] é utilizada. Embora a estratégia proposta é aplicada para obter PBGs absolutas em materiais anisotrópicos, a mesma também pode ser aplicada para problemas mais simples, tais como o caso isotrópico e também para uma única polarização [Dourado-Sisnando, et al 2012].

Na próxima seção, uma introdução sobre cristais fotônicos (geometria, problema abordado e arranjos) é apresentada. A seção 3 aborda a aplicação do SIA em conjunto com o FEM, logo depois, os resultados numéricos e as geometrias otimizadas são discutidas e comparadas.

## 2. Cristais Fotônicos Bidimensionais

Num cristal fotônico, a luz que atravessa o mesmo é espalhada pela geometria periódica, sendo refratada e parcialmente refletida nas interfaces entre os materiais. O padrão resultante das ondas será reforçado ou cancelado dependendo do comprimento de onda da luz, os índices de refração dos materiais, sua direção de propagação através do cristal, o tamanho e arranjo das estruturas (geometria), e a partir dessas iterações aparece à banda fotônica proibida [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011], [Dourado-Sisnando, et al 2012].

Por apresentarem simetrias, os cristais, podem ter a análise dos campos e modos eletromagnéticos a partir de células unitárias com condições de contorno periódicas. A partir desta célula é obtida a primeira zona de *Brillouin*, a qual define a região do espaço dos vetores de onda que determinam os modos de propagação, Figura 1.



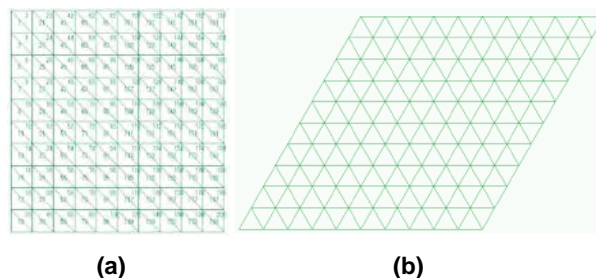
**Figura 1. (a) Célula unitária do arranjo quadrado. (b) região de Brillouin. (c) célula unitária do arranjo triangular. (d) região de Brillouin, [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011].**

Devido à periodicidade da estrutura cristalina, discretiza-se apenas uma célula unitária e aplicam-se condições de contorno periódicas para tornar iguais os campos do topo e da parte inferior, e os campos dos lados esquerdo e direito, da célula unitária. Os valores de  $k_x$  e  $k_y$  são restritos a primeira região de *Brillouin*, Figura 1.

Os dois arranjos utilizados, Figura 1, são representados por elementos circulares no interior da célula unitária apenas para simplificar o entendimento. A análise do FEM em cristais fotônicos 2-D pode ser tratada separadamente para os modos TM e TE como em [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011].

A região sombreada (triângulo) nas Figuras 1(b) e 1(e) correspondem à região irreduzível de Brillouin limitadas por  $\Gamma=(0,0)\pi/a$ ,  $X=(1,0)\pi/a$ ,  $M=(1,1)\pi/a$  para o arranjo quadrado e por  $\Gamma=(0,0)\pi/a$ ,  $K=(2/3, 2\sqrt{3}/3)\pi/a$ , e  $M=(0, 2\sqrt{3}/3)\pi/a$  para o arranjo triangular.

Neste trabalho, a configuração interna da célula unitária (disposição do material) é considerada, como apresentando a geometria mais arbitrária. Em tal caso, é necessário resolver em todos os pontos marcados porque a máxima e mínima frequências estão naqueles pontos. Logo, calcula-se a PBG para nove e treze pontos, arranjos quadrados ou triangulares, respectivamente.



**Figura 2. Célula unitária dos cristais fotônicos dividida em 200 triângulos correspondente ao arranjo (a) quadrado e (b) triangular, respectivamente [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011].**

As PBGs absolutas são obtidas, com o anisotrópico uniaxial (telúrio) o qual possui dois valores de índice de refração:  $n_e = 6,2$  (Extraordinário) e  $n_o = 4,8$  (ordinária) para comprimentos de onda entre  $3.5\mu\text{m}$  e  $35\mu\text{m}$ . O eixo extraordinário é considerado

ao longo do eixo z [Li, Gu e Yang 1998] e [Li, Gu e Yang 1999]. As malhas correspondentes às células unitárias são apresentadas na Figura 2. Cada triângulo representa uma parte dos anticorpos e ela poderá ser de ar ou telúrio.

### 3. Sistema Imunológico Artificial

O SIA é utilizado no intuito de otimizar as bandas fotônicas proibidas absolutas de um cristal composto de telúrio e ar, com arranjos quadrados e triangulares para os modos de polarização  $TE_{12}$  e  $TM_{34}$  simultaneamente. A banda fotônica proibida é calculada através dos nós da primeira zona de *Brillouin* [Li, Gu e Yang 1998].

Para todas as simulações são consideradas uma população de 20 e 50 indivíduos (anticorpos), com evolução acontecendo durante 1000 gerações. A otimização da banda fotônica proibida utilizando os algoritmos bio-inspirados, se mostram uma boa opção, pois o cálculo das bandas proibidas requer tempo de computação relativamente longo, o que torna inviável realizar uma varredura em todo o universo de possibilidades, que corresponde a  $2^{200}$ . Deste modo, o SIA é escolhido, assim como outros algoritmos evolutivos foram anteriormente utilizados [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011], e [Li, Gu e Yang 1999] e [Zaccaria, et al 2008] para a solução de problemas eletromagnéticos.

O sistema imunológico artificial considerado possui as seguintes etapas:

a) Inicialização: A população inicial (anticorpos) é gerada e cada indivíduo é representado como uma sequência binária. Se uma posição é "1", o respectivo triângulo é composto por telúrio, caso contrário, o triângulo considerado será composto de ar. Considera-se uma célula unitária para cada malha, como observado na Figura 2. Elas foram divididas em 200 elementos triangulares, resultando em 441 nós, cada triângulo representa uma posição em cada indivíduo (anticorpo).

b) Avaliação: A aptidão (fitness) de cada indivíduo é avaliada pela função objetivo dada por:

$$\text{Função Objetivo} = \frac{\text{Frequência}_{\text{superior}} - \text{Frequência}_{\text{inferior}}}{\text{Frequência}_{\text{média}}} \quad (8)$$

c) Seleção: Os 50% melhores indivíduos (anticorpos) da população gerada são selecionados para clonagem e sua probabilidade de ser selecionado é proporcional à sua aptidão, a seleção por ranking, é considerada.

d) Clonagem: selecionados, os indivíduos são clonados, de modo a ter novamente o tamanho da população inicial, formando uma população composta dos melhores indivíduos.

e) Mutação: a mutação é realizada ocorre a cada geração.

g) Afinidade: os indivíduos que resultam da mutação são avaliados por uma afinidade (proximidade) de 0,02 (valor médio selecionado através da observação da evolução do algoritmo) para os indivíduos que foram selecionados na etapa de seleção antes da clonagem.

h) Avaliação: O *fitness* de cada indivíduo é avaliado pela função objetivo Eq. 8.

i) Elitismo e Supressão: é de grande importância, pois garante que os melhores indivíduos permanecem na próxima geração, evitando uma possível redução do fitness (aptidão), afetando o processo de convergência. Os três piores indivíduos da geração

atual são substituídos pelos três melhores da geração anterior.

j) Atualização: os indivíduos criados em cada geração são inseridos na população.

k) Fim: O critério de parada considerado é o número de gerações.



Figura 3. Fluxograma simplificado do SIA utilizado.

#### 4. Resultados Numéricos e Discussão

A plataforma computacional utilizada foi um computador com processador Intel® Core™ i5 2310 (2.90 GHz, 6MB Cache L2), 8GB de RAM com o Windows 7 Home Basic. É considerada a existência de PBGs absolutas entre os modos TE 1-2 e TM 3-4. O cálculo da banda proibida é realizado em 9 e 13 pontos da primeira região de Brillouin para os arranjos quadrados e triangulares, respectivamente. Isto reduz significativamente o esforço computacional e o tempo de processamento. Os resultados obtidos para os arranjos quadrados e triangulares são apresentados nesta seção.

##### 4.1. Arranjo Quadrado e Arranjo Triangular

As evoluções dos *fitness* em função do número de gerações, bem como as células unitárias resultantes são apresentadas na Figura 4 para o arranjo quadrado e arranjo triangular. Cada geração é composta por vinte (Figura 4 (a) e (c)) e cinquenta (Figura 4 (b) e (d)) indivíduos (anticorpos), nota-se uma evolução rápida do algoritmo como um todo. A diversidade de indivíduos com diferentes *fitness* é também observada, o que indica que houve uma exploração razoável de busca global caracterizada por indivíduos de baixa aptidão. As configurações das células unitárias obtidas para o arranjo quadrado e o arranjo triangular sobre uma malha de 10×10 triângulos são apresentadas como uma inserção na Figura 4 (a) - (d). Por outro lado, muitos indivíduos apresentam um bom valor de *fitness*. Isto pode ser atribuído a discretização realizada nas células unitárias para ambos os arranjos. Os cristais otimizados são apresentados na Figura 5. As áreas escuras são telúrio. Os diagramas de dispersão destas estruturas podem ser vistos na Figura 6.

A convergência dos resultados confirma que os cristais obtidos pela otimização com o SIA são melhores que em [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. As PBGs absolutas encontradas pelo SIA são maiores que as encontradas pelo AG em [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011], Tabela 1, demonstrando que o algoritmo desenvolvido é também uma ótima ferramenta para este tipo de problema.

As geometrias resultantes são consideradas como sendo regiões de ar em Telúrio [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011], ao contrário do encontrado em outros trabalhos [Li, Gu e Yang 1998] e [Li, Gu e Yang 1999], onde PBGs absolutas podem ser facilmente encontradas considerando geometrias compostas por hastes dielétricas de

telúrio no ar. É adotada como estratégia de refinamento a otimização de uma célula unitária dividida em 200 triângulos.

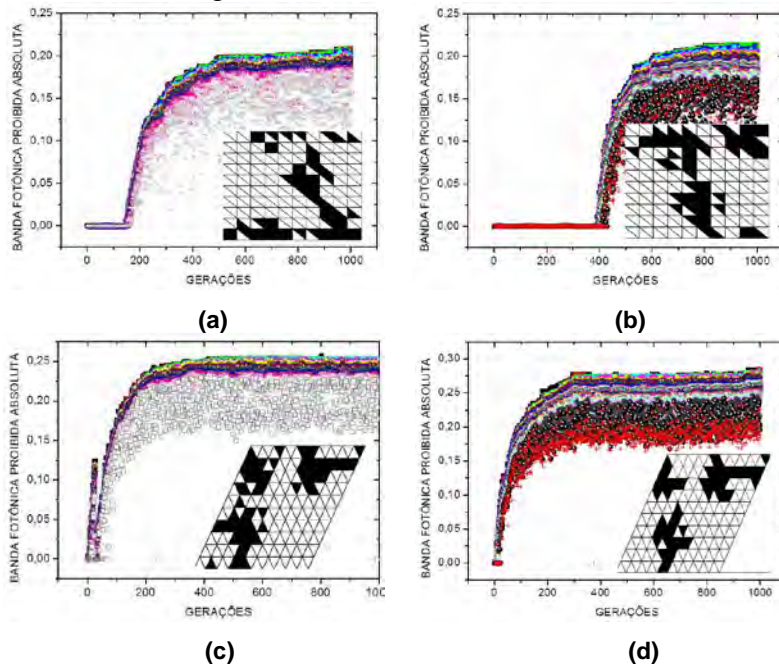


Figura 4. Evolução do melhor indivíduo do cristal: com arranjo quadrado (a) população com 20 indivíduos e (b) população com 50 indivíduos e com arranjo triangular: (c) população com 20 indivíduos e (d) população com 50 indivíduos.

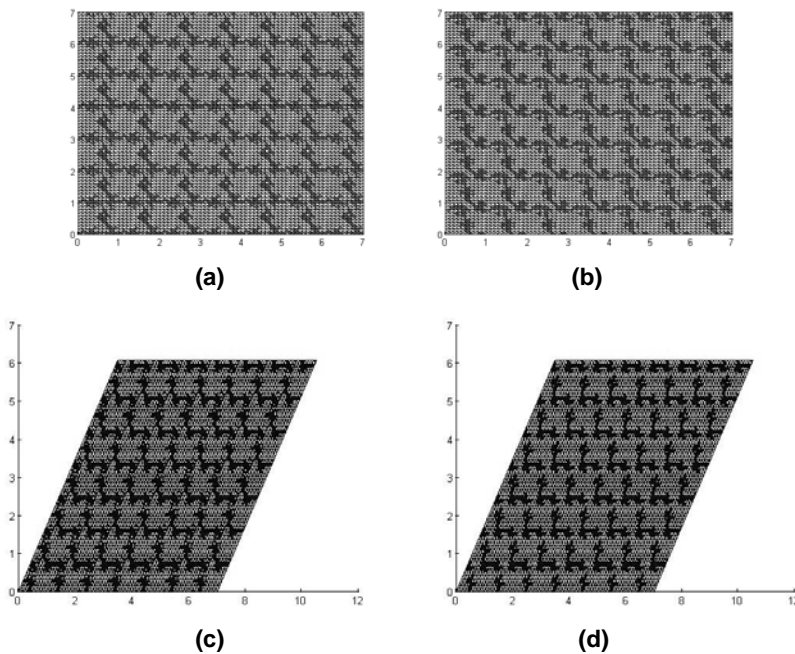


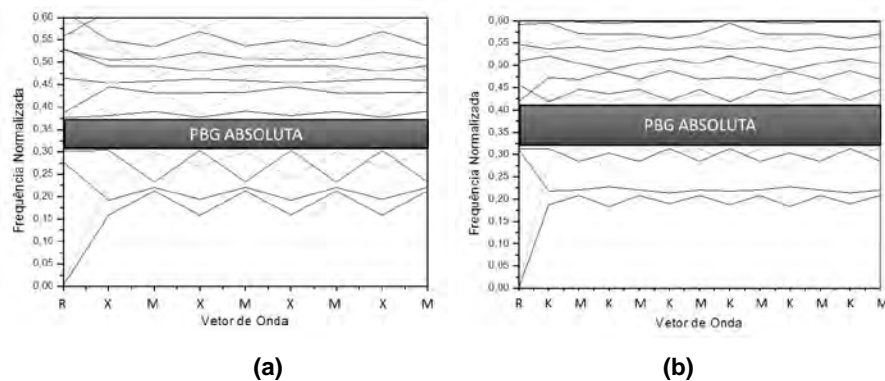
Figura 5. Cristais Fotônicos: arranjo quadrado (a) 20 indivíduos (b) 50 indivíduos e arranjo triangular (c) 20 indivíduos (d) 50 indivíduos.

A mutação utilizada permite explorar um espaço de busca maior. Além disso, abrange muitas possibilidades de configurações através do tamanho da população utilizada. As geometrias resultantes, indicadas nas Figuras 5 e 7, são assimétricas. O mesmo comportamento pode ser visto em [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011].

**Tabela 1. PBG Absoluta para o Arranjo Quadrado e Arranjo Triangular**

Cristal com Arranjo Quadrado			
Método utilizado em [Malheiros 2011]	20 indivíduos	SIA	50 indivíduos
18,01%	21,24%		21,27%
Cristal com Arranjo Triangular			
Método utilizado em [Malheiros 2011]	20 indivíduos	SIA	50 indivíduos
23,49%	25,67%		28,45%

Diferentemente de círculos e elipses, que são as mais tradicionais analisadas, as estruturas resultantes não são triviais, tornando o processo de fabricação complexo. No entanto, se PBGs em modos de ordens superiores forem utilizadas, a constante de arranjo seria maior e a robustez e tolerância de fabricação melhorada [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. Neste trabalho as PBGs são de modos de ordens inferiores para serem comparados com os resultados encontrados na literatura [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. O mesmo refinamento é considerado para o arranjo quadrado e triangular.

**Figura 6. Dispersão (a) arranjo quadrado (b) arranjo triangular**

## 5. Conclusões

A otimização de bandas fotônicas proibidas absolutas de cristais fotônicos compostos de telúrio e ar, utilizando o método dos elementos finitos em conjunto com o algoritmo de sistema imunológico artificial é apresentado. Os arranjos cristalinos utilizados foram quadrados e triangulares e as geometrias resultantes são consideradas como sendo buracos de ar no telúrio. Existem limitações na fabricação das geometrias encontradas por serem mais complexas se comparado com hastes dielétricas de telúrio no ar ou buracos de ar num substrato de telúrio [Malheiros, Esquerre e Figueroa 2011]. Mas, estas limitações podem ser superadas se as PBGs são projetadas para operar em frequências menores onde a constante de arranjo é aumentada.

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro da UFBA, IFBA, INCT Fotonicom, FAPESB, CAPES e CNPq Processo: 302390/2009-0.

## Referências

Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N. e Meade, R. D. (2008) "Photonic Crystals: Molding the Flow of Light", 2ª ed., Princeton University Press.

- Malheiros, G. N. S., Esquerre, V. F. R. e Figueroa, H. E. H. (2011) “A Strategy of Search e Refinement by GA in 2D Photonic Crystals with Absolute PBG”, Id: JQE-132416-2010, n. de pgs: 08. IEEE Journal of Quantum Electronics.
- Li, Z.-Y., Gu, B.-Y. e Yang, G.-Z. (1998) “Large absolute band gap in 2- D anisotropic photonic crystals”, Phys. Rev. Lett., vol. 81, no. 12, pp. 2574–2577, September.
- Li, Z.-Y., Gu, B.-Y. e Yang, G.-Z. (1999) “Improvement of absolute band gaps in 2-D photonic crystals by anisotropy in dielectricity”, Eur. Phys. J. B, vol. 11, no. 1, pp. 65–73, September.
- Zaccaria, R. P., Verma, P., Kawaguchi, S., Shoji, S. e Kawata, S. (2008) “Manipulating full photonic band gaps in 2-D birefringent photonic crystals”, Opt. Exp., vol. 16, no. 19, pp. 14812–14820, September.
- Rezaei, B., Khalkhali, T. F., Vala, A. S. e Kalafi, M. (2009) “Absolute band gap properties in 2-D photonic crystals composed of air rings in anisotropic tellurium background”, Opt. Commun., vol. 282, no. 14, pp. 2861–2869, July.
- Kurt, H. e Citrin, D. S. (2005) “Annular photonic crystals”, Opt. Exp., vol. 13, no. 25, pp. 10316–10326, December.
- Rodriguez-Esquerre, V. F., Hernández-Figueroa, H. E., e Koshiba, M. (2006) “Modeling of complex structures devices and applications”, in Telecommunications: Advances and Trends in Transmission, Networking and Applications, Cavalcante, et al, Eds. Fortaleza, Brazil: Univ. Fortaleza Press, c. 8, pp. 173–187.
- Lin, M.-C. e Jao, R.-F. (2007) “Finite element analysis of photon density of states for 2- D photonic crystals with in-plane light propagation”, Opt. Exp., vol. 15, no. 1, pp. 207–218, January.
- Castro, L. N. (2006) “Fundamentals of Natural Computing Basic Concepts, Algorithms and Applications”, Chapman & Hall/CRC, London, U.K.
- Silva-Santos, C. H.; Rodríguez-Esquerre, V. F. e Hernández-Figueroa, H. E. (2010a) “An Artificial Immune System for Optical Fiber Based Directional Couplers Multiplexer/Demultiplexers Design”, In: LAOP 2010 - Latin America Optics and Photonics Conference, 2010, Recife, PE.
- Silva-Santos, C. H., Gonçalves, M. S. e Hernández-Figueroa, H. E. (2010b) “Designing Novel Photonic Devices by Bio-Inspired Computing”, IEEE Photonics Technology Letters, v. 22, pp. 1777-1779.
- Quiñónez, F., Menezes, J. W., Cescato, L., Rodríguez-Esquerre, V. F., Hernández-Figueroa, H. e Mansano, R. D. (2006) “Band gap of hexagonal 2-D photonic crystals with elliptical holes recorded by interference lithography”, Opt. Exp., vol. 14, no. 11, pp. 4873–4879, May.
- Shi, Y. (2010) “A compact polarization beam splitter based on a multimode photonic crystal waveguide with an internal photonic crystal section”, Progress Electromagn. Res., vol. 103, pp. 393–401.
- Dourado-Sisnando, A., Santos, F. N., Rodríguez-Esquerre, V. F. e Malheiros, G. N. S. (2012) “Comparación de Algoritmos Evolutivos Aplicados en La Optimización de Bandas Fotónicas Prohibidas en Cristales Fotónicos Bidimensionales”, In: COIN-TEC 2012 – IV Congreso Internacional de Tecnología 2012, Lima, Peru.